



АОУ Лицей НИП г. Королев Московской области учитель Волкова Ольга Ивановна

План-конспект уроков (лекция и семинар) по теме: «Уравнения высших степеней. Методы их решения.» для учеников 9 класса

Основные цели:

1. Закрепить понятие целого рационального уравнения n -й степени
2. Сформулировать основные методы решения уравнений высших степеней ($n \geq 3$)
3. Обучить основным методам решения уравнений высших степеней
4. Научить по виду уравнения определять наиболее эффективный способ его решения

Формы, методы и педагогические приемы, которые используются учителем на уроке:

- Лекционно-семинарская система обучения (лекции - объяснение нового материала, семинары - решение задач)
- Информационно-коммуникационные технологии (фронтальный опрос, устная работа с классом)
- Дифференцированное обучение, групповые и индивидуальные формы (в зависимости от конкретного класса: возможно часть задач (более сложных) предложить на карточках только наиболее сильным ученикам; если уровень математической подготовки учащихся в классе сильно варьируется, самостоятельную работу можно видоизменить и составить в различных уровнях сложности)
- Использование исследовательского метода в обучении, направленного на развитие математического аппарата и мыслительных способностей каждого конкретного ученика (в ходе семинара задачи можно предлагать не по темам, а в произвольном порядке, чтобы учащиеся учились применять полученные теоретические знания и самостоятельно находить наиболее эффективный метод решения той или иной задачи; по возможности вопросы, оставшиеся за рамками лекции можно предложить учащимся в качестве тем для рефератов или докладов)
- Печатный материал - индивидуальный краткий конспект урока (основные понятия, формулы, утверждения, материал лекций сжато в виде схем или таблиц)

План урока:

1. Организационный момент

Цель этапа: включить учащихся в учебную деятельность, определить содержательные рамки урока.

2. Актуализация знаний учащихся

Цель этапа: актуализировать знания учащихся по изученным ранее смежным темам

3. Изучение новой темы (лекция)

Цель этапа: сформулировать основные методы решения уравнений высших степеней ($n \geq 3$)

4. Закрепление, решение задач (семинар)

Цель этапа: тренировать навыки решения задач по теме «Уравнения высших степеней. Методы их решения»

5. Подведение итогов

Цель этапа: еще раз выделить ключевые моменты в материале, изученном на уроке.

6. Домашнее задание

Цель этапа: сформулировать домашнее задание для учащихся.

Конспект урока:

1. Организационный момент

Формулировка темы урока: «Уравнения высших степеней. Методы их решения».

2. Актуализация знаний учащихся

Теоретический опрос - беседа. Повторение некоторых ранее изученных сведений из теории.

Учащиеся формулируют основные определения и дают формулировки необходимых теорем.

Приводят примеры, демонстрируя уровень полученных ранее знаний.

- Понятие уравнения с одной переменной
- Понятие корня уравнения, решения уравнения
- Понятие линейного уравнения с одной переменной, понятие квадратного уравнения с одной переменной
- Понятие равносильности уравнений, уравнения-следствия (понятие посторонних корней), переход не по следствию (случай потери корней)
- Понятие целого рационального выражения с одной переменной.
- Понятие целого рационального уравнения n -й степени. Стандартный вид целого рационального уравнения. Приведенное целое рациональное уравнение.
- Переход к совокупности уравнений более низких степеней путем разложения исходного уравнения на множители.
- Понятие многочлена n -й степени от x . Теорема Безу. Следствия из теоремы Безу. Теоремы о корнях ($\mathbb{Z}$ -корни и $\mathbb{Q}$ -корни) целого рационального уравнения с целыми коэффициентами (соответственно приведенного и неприведенного).
- Схема Горнера.

3. Изучение новой темы

Будем рассматривать целое рациональное уравнение n -й степени стандартного вида с одной неизвестной переменной x : $P_n(x) = 0$, где $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ – многочлен n -й степени от x , $a_n \neq 0$. Если $a_n = 1$, то такое уравнение называют приведенным целым рациональным уравнением n -й степени. Рассмотрим такие уравнения при различных значениях n и перечислим основные методы их решения.

➤ **$n = 1$ - линейное уравнение.**

➤ **$n = 2$ - квадратное уравнение.** Формула дискриминанта. Формула для вычисления корней. Теорема Виета. Выделение полного квадрата.

➤ **$n = 3$ - кубическое уравнение.**

❖ **Метод группировки.**

Пример: $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4, x_2 = 1, x_3 = -1$.

❖ **Возвратное кубическое уравнение вида $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$.** Решаем, объединяя члены с одинаковыми коэффициентами.

Пример: $x^3 - 5x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 6x + 1) = 0 \Leftrightarrow$

$x_1 = -1, x_2 = 3 + 2\sqrt{2}, x_3 = 3 - 2\sqrt{2}$.

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Z}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. При применении этого метода необходимо сделать акцент на том, что перебор в данном случае конечный, и корни мы подбираем по определенному алгоритму в соответствии с теоремой о $\mathbb{Z}$ -корнях приведенного целого рационального уравнения с целыми коэффициентами.

Пример: $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$. Уравнение приведенное. Выпишем делители свободного члена $\{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15\}$. Применим схему Горнера:

	x^3	x^2	x^1	x^0	ВЫВОД
	1	-9	23	-15	
1	1	$1 \times 1 - 9 = -8$	$1 \times (-8) + 23 = 15$	$1 \times 15 - 15 = 0$	1 - корень
	x^2	x^1	x^0		

Получаем $\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 8x + 15) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5$.

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Q}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. При применении этого метода необходимо сделать акцент на том, что перебор в данном случае конечный и корни мы подбираем по определенному алгоритму в соответствии с теоремой о $\mathbb{Q}$ -корнях неприведенного целого рационального уравнения с целыми коэффициентами.

Пример: $9x^3 + 27x^2 - x - 3 = 0$. Уравнение неприведенное. Выпишем делители свободного члена $\{\pm 1; \pm 3\}$. Выпишем делители коэффициента при старшей степени неизвестного. $\{\pm 1; \pm 3; \pm 9\}$. Следовательно, корни будем искать среди значений $\{\pm 1; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{9}; \pm 3\}$. Применим схему Горнера:

	x^3	x^2	x^1	x^0	ВЫВОД
	9	27	-1	-3	
1	9	$1 \times 9 + 27 = 36$	$1 \times 36 - 1 = 35$	$1 \times 35 - 3 = 32 \neq 0$	1 – не корень
-1	9	$-1 \times 9 + 27 = 18$	$-1 \times 18 - 1 = -19$	$-1 \times (-19) - 3 = 16 \neq 0$	-1 – не корень
$\frac{1}{3}$	9	$\frac{1}{3} \times 9 + 27 = 30$	$\frac{1}{3} \times 30 - 1 = 9$	$\frac{1}{3} \times 9 - 3 = 0$	$\frac{1}{3}$ - корень
	x^2	x^1	x^0		

Получаем $\Leftrightarrow (x - \frac{1}{3})(9x^2 + 30x + 9) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = -3$.

Для удобства подсчета при подборе $\mathbb{Q}$ -корней бывает удобно сделать замену переменной, перейти к приведенному уравнению и подбирать $\mathbb{Z}$ -корни.

▪ **Если свободный член равен 1.** Замена вида $y = \frac{1}{x}$.

Пример: $21x^3 + x^2 - 5x - 1 = 0$. Поскольку $x = 0$ не является решением исходного уравнения, сделаем замену $y = \frac{1}{x}$. Получаем уравнение вида $y^3 + 5y^2 - y - 21 = 0$. По описанному выше алгоритму подбираем $\mathbb{Z}$ -корни. Получаем $y_1 = -3, y_{2,3} = -1 \pm 2\sqrt{2}$. Отсюда $x_1 = -\frac{1}{3}, x_{2,3} = \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{7}$.

▪ **Если можно воспользоваться заменой вида $y = kx$.**

Пример: $4x^3 - 10x^2 + 14x - 5 = 0$. Домножим на 2. Замена $y = 2x$. Получаем уравнение вида $y^3 - 5y^2 + 14y - 10 = 0$. По описанному выше алгоритму подбираем $\mathbb{Z}$ -корни. Получаем $y = 1$. Отсюда $x = \frac{1}{2}$.

❖ **Формула Кардано.** Существует универсальный метод решения кубических уравнений – это формула Кардано. Эту формулу связывают с именами итальянских математиков Джероламо Кардано (1501-1576), Николо Тарталья (1500-1557), Сципиона дель Ферро (1465-1526). Эта формула лежит за рамками нашего курса.

➤ **$n = 4$ – уравнение четвертой степени.**

❖ **Метод группировки.**

Пример: $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x^4 + 2x^3) + (5x^2 + 10x) - (6x + 12) = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 2)(x^3 + 5x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 6) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2, x_2 = 1.$

❖ **Метод замены переменной.**

▪ **Биквадратное уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$.**

Пример: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$. Замена $y = x^2$. Отсюда $y_1 = 4, y_2 = -9$. Поэтому $x_{1,2} = \pm 2$.

▪ **Возвратное уравнение четвертой степени вида**

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$. Решаем, объединяя члены с одинаковыми коэффициентами, путем замены вида $z = x + \frac{1}{x}$.

Пример: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$. Поскольку $x = 0$ не является решением исходного уравнения, сделаем замену $z = x + \frac{1}{x}$. Получаем уравнение вида $6z^2 - 35z + 50 = 0$. Отсюда $z_1 = \frac{5}{2}, z_2 = \frac{10}{3}$. Тогда исходное уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 = 0 \end{cases}. \text{ Отсюда } x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{1}{3}, x_4 = 3.$$

▪ **Обобщенное возвратное уравнение четвертой степени вида**

$ax^4 + bx^3 + cx^2 - bx + a = 0$. Решаем, объединяя члены с аналогичными коэффициентами, путем замены вида $z = x - \frac{1}{x}$.

Пример: $x^4 - 3x^3 - \frac{4}{9}x^2 + 3x + 1 = 0$. Поскольку $x = 0$ не является решением исходного уравнения, сделаем замену $z = x - \frac{1}{x}$. Получаем уравнение вида $z^2 - 3z + \frac{14}{9} = 0$. Отсюда $z_1 = \frac{7}{3}, z_2 = \frac{2}{3}$. Тогда исходное уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} 3x^2 - 7x - 3 = 0 \\ 3x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases}. \text{ Отсюда } x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{85}}{6}, x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

▪ **Обобщенное возвратное уравнение четвертой степени вида**

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + kbx + k^2a = 0$. Решаем, объединяя члены с аналогичными коэффициентами, путем замены вида $z = x + \frac{k}{x}$.

Пример: $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 - 4x + 12 = 0$. В наших обозначениях здесь $k = 2$.

Поскольку $x = 0$ не является решением исходного уравнения, сделаем замену $z = x + \frac{2}{x}$. Получаем уравнение вида $3z^2 - 2z - 21 = 0$. Отсюда $z_1 = 3, z_2 = -\frac{7}{3}$. Тогда

исходное уравнение равносильно совокупности $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ 3x^2 + 7x + 6 = 0 \end{cases}$. Отсюда $x_1 = 2, x_2 = 1.$

▪ **Замена общего вида. Некоторые стандартные замены.**

Пример 1: Уравнение вида $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = e$, где $a + d = b + c$

Стандартная замена вида $z = x^2 + (a + d)x$. Пример: $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15 \Leftrightarrow$

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15$. Замена $z = x^2 - 3x$. Получаем $z^2 + 2z - 15 = 0 \Leftrightarrow$

$z_1 = 3, z_2 = -5$. Тогда исходное уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 3 = 0 \\ x^2 - 3x + 5 = 0 \end{cases}. \text{ Отсюда } x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Пример 2. Уравнение вида $(x + a)^4 + (x + b)^4 = c$. Стандартная замена вида $z = x + \frac{a+b}{2}$. Пример: $(x + 6)^4 + (x + 4)^4 = 82$. Замена $z = x + 5$. Получаем уравнение вида

$(z + 1)^4 + (z - 1)^4 = 82 \Leftrightarrow z^4 + 6z^2 - 40 = 0$. Отсюда $z = \pm 2$. Поэтому $x_1 = -3,$

$x_2 = -7$

Пример 3. Замена общего вида (вытекает из вида конкретного уравнения). Пример:

$(3x + 2)^4 - 13(3x + 2)^2 + 36 = 0$. Замена $z = (3x + 2)^2$. Получаем $z^2 - 13z + 36 = 0$

$\Leftrightarrow z_1 = 4, z_2 = 9$. Тогда исходное уравнение равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} (3x+2)^2 = 4 \\ (3x+2)^2 = 9 \end{array} \right. \text{Отсюда} \left[\begin{array}{l} 3x+2 = 2 \\ 3x+2 = -2 \\ 3x+2 = 3 \\ 3x+2 = -3 \end{array} \right. \text{Отсюда } x_1 = 0, x_2 = -\frac{4}{3}, x_3 = \frac{1}{3}, x_4 = -\frac{5}{3}.$$

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Z}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. Алгоритм аналогичен рассмотренному выше для $n = 3$.

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Q}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. Алгоритм аналогичен рассмотренному выше для $n = 3$.

❖ **Формула общего вида.** Существует универсальный метод решения уравнений четвертой степени. Эту формулу связывают с именем Людовико Феррари (1522-1565). Эта формула лежит за рамками нашего курса.

➤ **$n \geq 5$ – уравнения пятой и более высоких степеней.**

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Z}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. Алгоритм аналогичен рассмотренному выше для $n = 3$.

❖ **Уравнение с целыми коэффициентами. Подбор $\mathbb{Q}$ -корней** на основании теоремы. Схема Горнера. Алгоритм аналогичен рассмотренному выше для $n = 3$.

❖ **Симметрические уравнения.** Любое возвратное уравнение нечетной степени имеет корень $x = -1$ и после разложения его на множители получаем, что один сомножитель имеет вид $(x + 1)$, а второй сомножитель – возвратное уравнение четной степени (его степень на единицу меньше, чем степень исходного уравнения). Любое возвратное уравнение четной степени вместе с корнем вида $x = \varphi$ содержит и корень вида $x = \frac{1}{\varphi}$. Используя эти утверждения, решаем задачу, понижая степень исследуемого уравнения.

❖ **Метод замены переменной. Использование однородности.**

Пример: $(x^2 - x + 1)^3 + 2x^4(x^2 - x + 1) - 3x^6 = 0$. Замена вида $u = x^2 - x + 1, v = x^2$. Получаем $u^3 + 2uv^2 - 3v^3 = 0$. Это уравнение однородное относительно переменных u и v . Поскольку $x = 0$ не является решением исходного уравнения, перейдем к уравнению вида $z^3 + 2z - 3 = 0$, где $z = \frac{u}{v}$. Оно равносильно уравнению $(z - 1)(z^2 + z + 3) = 0$, имеющему единственный корень $z = 1$. Отсюда, сделав обратную замену переменной, приходим к уравнению $\frac{x^2 - x + 1}{x^2} = 1$. Решая его, получаем $x = 1$.

❖ **Не существует формулы общего вида** для решения целых уравнений пятой степени (это показали итальянский математик Паоло Руффини (1765-1822) и норвежский математик Нильс Хенрик Абель (1802-1829)) и более высоких степеней (это показал французский математик Эварист Галуа (1811-1832)).

➤ Напомним еще раз, что на практике возможно использование **комбинации** перечисленных выше методов. Удобно переходить к совокупности уравнений более низких степеней путем **разложения исходного уравнения на множители**.

➤ За рамками нашего сегодняшнего обсуждения остались широко используемые на практике **графические методы** решения уравнений и **методы приближенного решения** уравнений высших степеней.

➤ **Бывают ситуации, когда у уравнения нет $\mathbb{R}$ – корней.** Тогда решение сводится к тому, чтобы показать, что уравнение корней не имеет. Для доказательства анализируем поведение рассматриваемых функций на промежутках монотонности. Пример: уравнение $x^8 - x^3 + 1 = 0$ не имеет корней.

➤ **Использование свойства монотонности функций.** Бывают ситуации, когда использование различных свойств функций позволяет упростить поставленную задачу.

Пример 1: уравнение $x^5 + 3x - 4 = 0$ имеет один корень $x = 1$. По свойству монотонности анализируемых функций других корней нет. Пример 2: уравнение $x^4 + (x - 1)^4 = 97$ имеет корни $x_1 = -2$ и $x_2 = 3$. Проанализировав поведение соответствующих функций на промежутках монотонности, заключаем, что других корней нет.

4. Закрепление, решение задач

Перейдем теперь к практическому применению описанных выше методов. Будем решать следующие задачи:

Метод группировки:

1. $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$. Ответ: $x = -2$
2. $x^3 - 4x^2 - 16x + 64 = 0$. Ответ: $x = \pm 4$
3. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$. Ответ: $x = 2, x = \pm 1$
4. $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$. Ответ: нет корней
5. $8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$. Ответ: $x = -2, x = -\frac{1}{8}$

Метод замены переменной:

1. $x^4 + x^2 - 20 = 0$. Ответ: $x = \pm 2$
2. $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 24$. Ответ: $x = 4, x = -1$
3. $(x + 5)(x + 4)(x - 1)x = -6$. Ответ: $x = -2 \pm \sqrt{7}, x = -2 \pm \sqrt{5}$
4. $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$. Ответ: $x = 1, x = -2$
5. $(x + 1)^4 + x^2 = 1 - 2x$. Ответ: $x = 0, x = -2$
6. $(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16$. Ответ: $x = -3, x = -5$
7. $(x - 2)^6 + (x - 4)^6 = 64$. Ответ: $x = 4, x = 2$

Метод подбора $\mathbb{Z}$ -корней и $\mathbb{Q}$ -корней. Схема Горнера:

1. $x^3 + 4x^2 - 24 = 0$. Ответ: $x = 2$
2. $x^3 - 6x + 5 = 0$. Ответ: $x = 1, x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$
3. $x^3 + x - 10 = 0$. Ответ: $x = 2$
4. $x^3 - 9x^2 + 24x - 16 = 0$. Ответ: $x = 1, x = 4$
5. $6x^3 - 11x^2 - 2x + 8 = 0$. Ответ: $x = \frac{4}{3}, x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$
6. $x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 2 = 0$. Ответ: $x = 1, x = -2, x = 1 \pm \sqrt{2}$
7. $10x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$. Ответ: $x = -\frac{1}{2}$
8. $27x^3 + 9x^2 - 48x + 20 = 0$. Ответ: $x = -\frac{5}{3}, x = \frac{2}{3}$
9. $4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$. Ответ: $x = \pm \frac{1}{2}, x = 2 \pm \sqrt{3}$

Возвратные, обобщенные возвратные и симметрические уравнения:

1. $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2 = 0$. Ответ: $x = 1$
2. $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 - 4x + 12 = 0$. Ответ: $x = 1, x = 2$
3. $3x^4 - 5x^3 - 30x^2 - 10x + 12 = 0$. Ответ: $x = -1, x = -2, x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{31}}{3}$
4. $2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0$. Ответ: $x = -1, x = 2, x = \frac{1}{2}, x = -2 \pm \sqrt{3}$

Использование однородности:

1. $(x - 2)^2(x + 1)^2 - (x - 2)(x^2 - 1) - 2(x - 1)^2 = 0$. Ответ: $x = 0, x = 3, x = \pm \sqrt{3}$
2. $3x^2 + 4x(x^2 + 3x + 4) + (x^2 + 3x + 4)^2$. Ответ: $x = -2, x = -3 \pm \sqrt{5}$
3. $2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 6x + 1)(x^2 + 1) + 2(x^2 + 1)^2 = 0$. Ответ: $x = -1, x = -2 \pm \sqrt{3}$
4. $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x - 1)^2 = 13(x^3 - 1)$. Ответ: $x = -1, x = 2, x = 4, x = -\frac{1}{2}$

5. Подведение итогов

Резюме: Теперь мы овладели основными методами решения различных уравнений высших степеней (для $n \geq 3$). Наша задача уметь эффективно использовать перечисленные выше алгоритмы. В зависимости от вида уравнения мы должны научиться понимать, какой способ решения будет в данном случае наиболее эффективным, а также правильно применять выбранный метод.

6. Домашнее задание

(В): п.7, стр. 164-174, №№ 33-36, 39-44, 46, 47

(ГГЗ): №№ 9.1-9.4, 9.6-9.8, 9.12, 9.14-9.16, 9.24-9.27

Возможные темы докладов или рефератов по данной тематике:

- ❖ Формула Кардано
- ❖ Графический метод решения уравнений. Примеры решения.
- ❖ Методы приближенного решения уравнений.

Проверочные работы для учащихся по теме:

Самостоятельная работа № 2

Вариант 1

Решите уравнения

1. Методом группировки $x^3 - 7x^2 - 21x + 27 = 0$
2. Используя Горнера $4x^3 + x^2 - 5 = 0$
3. Методом замены переменной $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 6x + 9 = 0$
4. Методом замены переменной $x(x-1)(x-2)(x-3) = 8$
5. Методом замены переменной $(2x-1)^2(x+2)^2 - (2x-1)(x^2-4) - 2(x-2)^2 = 0$
6. Найдите все значения b , при которых один из корней уравнения $x^3 + 3x^2 - bx - 8 = 0$ равен 2. Для каждого из найденных значений b определите остальные корни уравнения.

Самостоятельная работа № 2

Вариант 2

Решите уравнения

1. Методом группировки $3x^3 - 5x^2 + 15x - 81 = 0$
2. Используя схему Горнера $2x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = 0$
3. Методом замены переменной $x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x + 16 = 0$
4. Методом замены переменной $x(x+2)(x+3)(x+5) = -5$
5. Методом замены переменной $(2x+1)^4 - (2x^2+5x+2)^2 - 12(x+2)^4 = 0$
6. Найдите все значения b , при которых один из корней уравнения $2x^3 + bx^2 - 5x + 2 = 0$ равен -2 . Для каждого из найденных значений b определите остальные корни уравнения.

Анализ усвоения материала и интереса учащихся к теме:

В качестве проверочной работы по теме «Уравнения высших степеней. Методы их решения.» учащимся была предложена приведенная выше самостоятельная работа, рассчитанная на 1 учебный час. Кроме пяти задач на основные методы решения уравнений высших степеней, была предложена шестая задача на теорему Безу. Проверка работ учащихся показала, что материал усвоен достаточно хорошо. У отдельных учащихся затруднения вызвали задача номер 5 на замену переменной с учетом однородности уравнения и задача номер 3 на обобщенное возвратное уравнение. Результаты работы были разобраны. Учащиеся выполнили работу над ошибками. Учащимся, не справившимся с частью задач, было предложено решить аналогичные задачи другого варианта. Результаты повторной проверки показали, что все учащиеся данную тему освоили успешно.

Интерес учащихся был в первую очередь вызван возможностью подбора $\mathbb{Z}$ -корней и $\mathbb{Q}$ -корней при помощи достаточно простого алгоритма с использованием схемы Горнера. Также они заинтересовались различными типами замены переменных, позволяющими существенно упрощать

вид задачи. Особый интерес вызвали графические методы решения. Дополнительно были разобраны несколько задач на графический метод решения. Пример: $(x + 2)^3 + \frac{3}{x} + 2 = 0$. Построили кубическую параболу и гиперболу, нашли абсциссы их точек пересечения. Ответ: $x = -1, x = -3$. Кроме того, обсудили общий вид графика для многочлена 3, 4, 5 степени. Проанализировали, как связано число корней уравнений 3, 4, 5 степени с видом соответствующего графика.

Список литературы:

1. Виленкин Н.Я. и др. «Алгебра. Учебник для учащихся 9 классов с углубленным изучением математики» - М., Просвещение, 2007 – 367 с.
2. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. «За страницами учебника математики. Арифметика. Алгебра. 10-11 класс» - М., Просвещение, 2008 – 192 с.
3. Выгодский М.Я. «Справочник по математике» - М., АСТ, 2010 – 1055 с.
4. Галицкий М.Л. «Сборник задач по алгебре. Учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики» - М., Просвещение, 2008 – 301 с.
5. Звавич Л.И. и др. «Алгебра и начала анализа. 8-11 кл. Пособие для школ и классов с углубленным изучением математики» - М., Дрофа, 1999 – 352 с.
6. Звавич Л.И., Аверьянов Д.И., Пигарев Б.П., Трушанина Т.Н. «Задания по математике для подготовки к письменному экзамену в 9 классе» - М., Просвещение, 2007 – 112 с.
7. Иванов А.А., Иванов А.П. «Тематические тесты для систематизации знаний по математике» ч.1 – М., Физматкнига, 2006 – 176 с.
8. Иванов А.А., Иванов А.П. «Тематические тесты для систематизации знаний по математике» ч.2 – М., Физматкнига, 2006 – 176 с.
9. Иванов А.П. «Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие». – М., Физматкнига, 2008 – 304 с.
10. Лейбсон К.Л. «Сборник практических заданий по математике. Часть 2 - 9 класс» – М., МЦНМО, 2009 - 184 с.
11. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. «Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики.» - М., Просвещение, 2006 – 224 с.
12. Мордкович А.Г. «Алгебра. Углубленное изучение. 8 класс. Учебник» - М., Мнемозина, 2006 - 296 с.
13. Савин А.П. «Энциклопедический словарь юного математика» - М., Педагогика, 1985 – 352 с.
14. Сурвилло Г.С., Симонов А.С. «Дидактические материалы по алгебре для 9 класса с углубленным изучением математики» - М., Просвещение, 2006 – 95 с.
15. Чулков П.В. «Уравнения и неравенства в школьном курсе математик. Лекции 1-4» - М., Первое сентября, 2006 – 88 с.
16. Чулков П.В. «Уравнения и неравенства в школьном курсе математик. Лекции 5-8» - М., Первое сентября, 2009 – 84 с.