АОУ Лицей НИП
г. Королев Московской области
учитель Волкова Ольга Ивановна

План-конспект уроков (лекция и семинар) по теме: «Комбинаторика. Решение задач»

Основные цели:

1. Закрепить понятие комбинаторных соединений (перестановок, размещений, сочетаний)
2. Привести формулы для вычисления числа перестановок, размещений, сочетаний
3. Обучить основным методам решения комбинаторных задач (основываясь на комбинаторных формулах, а также правилах суммы и произведения)

Формы, методы и педагогические приемы, которые используются учителем на уроке:

- Педагогика сотрудничества. Вариативность и дифференциация обучения. Развитие творческих способностей ребенка, его индивидуальности. Использование исследовательского метода в обучении, направленного на развитие математического аппарата и мыслительных способностей каждого конкретного ученика.
- Технология обучения математике на основе решения задач (автор - Р.Г. Хазанкин). Лекционно-семинарская система обучения (лекции - объяснение нового материала, семинары - решение задач)
- Проблемное обучение (в основе методика Дж. Дьюи). Учитель создает проблемную ситуацию, направляет учащихся на ее решение, организует поиск решения. Таким образом, ребенок ставится в позицию субъекта своего обучения и как результат у него образуются новые знания, он овладевает новыми способами действия. Учитель побуждает учеников делать сравнения, обобщения, выводы из ситуации, сопоставлять факты.
- Дифференцированное обучение, групповые и индивидуальные формы (в зависимости от конкретного класса: возможно часть задач (более сложных) предложить на карточках только наиболее сильным ученикам; если уровень математической подготовки учащихся в классе сильно варьируется, самостоятельную работу можно видоизменить и составить в различных уровнях сложности)
- Использование исследовательского метода в обучении, направленного на развитие математического аппарата и мыслительных способностей каждого конкретного ученика (в ходе семинара после разбора простейших примеров дальнейшие задачи можно предлагать не по темам, а в произвольном порядке, чтобы учащиеся пытались применять полученные теоретические знания и самостоятельно делать вывод о том, какую формулу необходимо использовать; по возможности вопросы, оставшиеся за рамками лекции можно предложить учащимся в качестве тем для рефератов или докладов)
- Печатный материал - индивидуальный краткий конспект урока (основные понятия, формулы, утверждения, материал лекций сжато в виде схем или таблиц)

План урока:

1. Организационный момент

Цель этапа: включить учащихся в учебную деятельность, определить содержательные рамки урока.

2. Актуализация знаний учащихся

Цель этапа: актуализировать знания учащихся по ранее изученным смежным темам

3. Изучение новой темы (лекция)

Цель этапа: сформулировать основные комбинаторные формулы

4. Закрепление, решение задач (семинар)

Цель этапа: тренировать навыки решения задач по теме «Комбинаторика. Решение задач»

5. Подведение итогов

Цель этапа: еще раз выделить ключевые моменты в материале, изученном на уроке.

6. Домашнее задание

Цель этапа: сформулировать домашнее задание для учащихся.

Конспект урока:

1. Организационный момент

Формулировка темы урока: «Комбинаторика. Решение задач».

2. Актуализация знаний учащихся

Теоретический опрос - беседа. Повторение некоторых ранее изученных сведений из теории.

- Элементы теории множеств (понятие множества, его элемента, пересечение, объединение множеств, основные формулы теории множеств, мощность множества)
- Правило суммы (и правило вычитания)
- Правило произведения (и правило деления)
- Дерево вариантов
- Лексикографический порядок
- Факториал

Повторение-разминка (решаем задачи на правило суммы и правило произведения):

1. На тарелке лежат 10 груш и в вазе 7 яблок. Сколькими способами можно выбрать один фрукт?
   Ответ: $10 + 7 = 17$
2. На тарелке лежат 10 конфет и в вазе 7 яблок. Сколькими способами можно составить набор из 1 яблока и 1 конфеты?
   Ответ: $10 \cdot 7 = 70$
3. Подбрасывают игральную кость и записывают результат каждого броска. Сколько возможно различных результатов в серии из n бросаний?
   Ответ: набор упорядоченный, следовательно, 6^n.
4. Сколько может быть различных семизначных телефонных номеров, образованных лишь при помощи цифр 1 и 2?
   Ответ: $2^7 = 128$
5. Сколько можно составить различных четырехзначных чисел из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры могут повторяться?
   Ответ: $4^4 = 256$
6. Сколько различных четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить, используя цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5?
   Ответ: $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 360$
7. Сколькими способами из колоды в 52 карты можно выбрать набор из тройки, семерки и туза?
   Ответ: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
8. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых встречается хотя бы одна тройка?
   Ответ: всего чисел $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$, без троек $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$. Следовательно, по правилу суммы хотя бы одна тройка присутствует в 252 числах.
9. Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 4, 5, 9?
   Ответ: $5 \cdot 3 = 15$
10. В турнире по олимпийской системе (выбывает проигравший) участвует 50 боксеров. Какое наименьшее количество боев надо провести, чтобы выявить победителя?
    Ответ: 49, т.к. после каждого боя выбывает 1 боксер, следовательно после 49 выбывших останется победитель.

3. Изучение новой темы

Комбинаторика – раздел математики, изучающий закономерности создания по определенным правилам различных комбинаций из элементов изучаемого множества (т.е. наука о составлении и подсчете различных комбинаций). Рассмотрим три основных типа комбинаций объектов (мы будем называть такие комбинации соединениями).

Рассмотрим множество $\mathbb{A}$, состоящее из n различных элементов. Перенумеруем их. Далее без ограничения общности для подсчета числа комбинаций элементов данного множества можем в качестве анализируемого рассматривать множество, состоящее из всех натуральных чисел от 1 до n.

Определение 1. Соединения, в каждое из которых входят все n элементов множества $\mathbb{A}$ и которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются перестановками n элементов.

Обозначим через $P(n)$ число всех перестановок n элементов. Пусть $n = 1$, тогда перестановка единственна, $P(1) = 1 = 1!$. Пусть $n = 2$, тогда имеем две перестановки $\{1,2\}$ и $\{2,1\}$, а число перестановок $P(2) = 2 = 2!$. Пусть $n = 3$, тогда имеем уже 6 перестановок $\{1,2,3\}$, $\{1,3,2\}$, $\{2,1,3\}$, $\{2,3,1\}$, $\{3,1,2\}$ и $\{3,2,1\}$, а число перестановок $P(3) = 6 = 3!$. Выведем формулу для числа перестановок в общем случае, т.е. докажем, что $P(n) = n!$. Сделаем это методом математической индукции. Базу индукции мы уже рассмотрели. Докажем шаг индукции. Пусть для $n = k - 1$ формула верна, т.е. $P(k-1) = (k-1)!$. Рассмотрим $n = k$. Пусть мы имеем какую-то фиксированную перестановку из $(k-1)$ элемента. Добавим еще один элемент. Его можно поставить перед первым элементом, между первым и вторым, между вторым и третьим, …, после последнего, т.е. мы можем поставить его k способами. Тогда по правилу произведения получаем, что $P(k) = k \cdot P(k-1) = k \cdot (k-1)! = k!$

Итак, мы доказали, что $\boxed{P(n) = n!}$.

Определение 2. Соединения, каждое из которых содержит k различных элементов ($k \le n$), взятых из n элементов множества $\mathbb{A}$, отличающиеся друг от друга или составом элементов, или их порядком, называются размещениями из n элементов по k элементов.

Обозначим через $A_k(n) = A_n^k$ число всевозможных размещений из n элементов по k элементов. Тогда при $n = k$ $A_n(n) = P(n) = n!$. Выведем формулу для числа размещений, т.е. покажем, что $A_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$. Пусть $k < n$. Попробуем брать элементы исследуемого множества и размещать их на k мест, подсчитывая при этом число способов размещения. На первое место можно поставить любой из n элементов, т.е. первое место можно занять n способами. Тогда на следующее место можно поставить любой из $(n-1)$ оставшегося элемента, т.е. по правилу произведения его можно занять $n \cdot (n-1)$ способами и т.д. В итоге получим, что $A_k(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot (n-k-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot (n-k-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Итак, мы доказали, что $\boxed{A_n^k = A_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{P(n)}{P(n-k)}}$.

Определение 3. Соединения, каждое из которых содержит k различных элементов ($k \le n$), взятых из n элементов множества $\mathbb{A}$, отличающиеся друг от друга по крайней мере одним элементом, называются сочетаниями из n элементов по k элементов.

Комментарий. В данном случае порядок элементов нам не важен. Число сочетаний показывает, сколькими способами можно выбрать группу, состоящую из k элементов, из множества, содержащего всего n элементов.

Обозначим через $C_n^k = C_k(n)$ число сочетаний из n элементов по k элементов (т.е. C_n^2 показывает, сколько всевозможных пар можно составить из n элементов). Выведем формулу для числа сочетаний, т.е. покажем, что $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Пусть мы имеем какую-то фиксированную группу k элементов из n элементов. Возьмем все возможные перестановки элементов этой группы, их количество $P(k)$. Всего таких групп мы можем набрать C_n^k. Тогда по правилу произведения $C_n^k \cdot P(k) = A_n^k$. Отсюда $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot k}$.

Итак, мы доказали, что $\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$.

Замечание 1. Если среди n элементов исходного множества $\mathbb{A}$ есть k одинаковых, то в этом случае число перестановок элементов данного множества будет равно $\boxed{P_k(n) = \frac{n!}{k!}}$. Это число перестановок с повторениями.

Замечание 2. По формуле для числа сочетаний вычисляются коэффициенты бинома Ньютона:

$$\boxed{(a+b)^n = C_n^0 \cdot a^n + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b + C_n^2 \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \cdots + C_n^n \cdot b^n}$$

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k}$$

$$\boxed{(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 \cdot x + C_n^2 \cdot x^2 + \cdots + C_n^n \cdot x^n}$$

Свойства биномиальных коэффициентов: $C_n^0 = C_n^n = 1, \quad C_n^k = C_n^{n-k}, \quad C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$, $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = (1+1)^n = 2^n$

На практике для облегчения подсчета биномиальных коэффициентов можно использовать треугольник Паскаля.

4. Закрепление, решение задач

Перейдем теперь к практическому применению приведенных выше формул. Будем решать следующие задачи.

Задачи на число перестановок:

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра встречается в записи числа ровно 1 раз.
   Ответ: $P(3) = 3! = 6$
2. Сколько можно составить различных четырехзначных чисел из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры не должны повторяться?
   Ответ: $P(4) = 4! = 24$
3. Сколькими способами из 6 дежурных можно на неделю (на 6 учебных дней) установить дежурство?
   Ответ: $P(6) = 6! = 720$
4. Сколько перестановок можно получить из букв, составляющих слово «апельсин»?
   Ответ: $P(8) = 8! = 40320$
5. Сколькими способами можно составить список учеников класса из 20 человек, если в классе нет однофамильцев?
   Ответ: $P(20) = 20!$

Задачи на число размещений:

1. Сколько можно составить различных трехзначных чисел из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры не должны повторяться?
   Ответ: $A_4^3 = \frac{4!}{1} = 24$
2. Сколько можно составить двухзначных сигналов из 6 флажков разного цвета?
   Ответ: $A_6^2 = \frac{6!}{4!} = 30$
3. Учащиеся 7 класса изучают 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий в субботу (5 уроков)?
   Ответ: $A_{14}^5 = \frac{14!}{9!} = 240240$
4. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из класса 1 дежурную по классу и одну дежурную по столовой?
   Ответ: $A_{30}^2 = \frac{30!}{28!} = 870$
5. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из класса команду из 4 учащихся для участия в олимпиадах по истории, литературе, английскому и русскому языкам?

Ответ: $A_{30}^{4} = \frac{30!}{26!} = 657720$

Задачи на число сочетаний:

1. Сколькими способами можно выбрать 2 шара из ящика с 10 шарами?
   Ответ: $C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!8!} = 45$
2. Сколькими способами можно выбрать трех делегатов на конференцию от группы в 25 человек?
   Ответ: $C_{25}^{3} = \frac{25!}{3!22!} = 2300$
3. Сколькими способами можно составить экзаменационную комиссию из 7 членов, если в школе работает 14 учителей?
   Ответ: $C_{14}^{7} = \frac{14!}{7!7!} = 3432$
4. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из класса команду из 4 учащихся для участия в олимпиаде по математике?
   Ответ: $C_{30}^{4} = \frac{30!}{4!26!} = 27405$
5. Сколькими способами можно заполнить карточку спортлото «6 из 45»?
   Ответ: $C_{45}^{6} = \frac{45!}{6!39!} = 8145060$

Комбинированные задачи:

1. Сколько существует четырехзначных чисел, у которых все цифры нечетные?
   Ответ: $5^4 = 625$
2. Сколько существует четырехзначных чисел, у которых хотя бы одна цифра четная?
   Ответ: используем предыдущую задачу и правило суммы $9000 - 625 = 8375$
3. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белую и черную ладьи так, чтобы они не били друг друга?
   Ответ: по правилу произведения, учитывая, что после установки одной ладьи она бьет 15 полей, $64 \cdot 49 = 3136$
4. Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры не повторяются?
   Ответ: на последнем месте может быть только 5. Следовательно, $5! = 120.$
5. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «задача»?
   Ответ: $P_3(6) = \frac{6!}{3!} = 120$
6. Сколько перестановок можно получить из букв слова «комбинаторика»?
   Ответ: учитывая, сколько раз повторяется какая буква, получаем: $\frac{13!}{2!2!2!2!} = \frac{13!}{16}$
7. В классе 27 учеников. К доске нужно вызвать двоих. Сколькими способами это можно сделать, если
   а. Первый ученик должен отвечать устно, а второй решать задачу письменно
   б. Они должны стереть с доски

   Ответ:
   а. Порядок важен, $27 \cdot 26 = 702$
   б. Порядок не важен $\frac{27 \cdot 26}{2}$=351
8. Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать четыре карты так, чтобы все они были разных мастей? Рассмотреть варианты:
   а. Выбираем неупорядоченный набор.
   б. Выбираем упорядоченный набор.

   Ответ:
   а. $9^4 = 6561$
   б. $9^4 \cdot 4!$=157464
9. У нас есть девять разных книг. Сколькими способами можно
   а. Расставить их на полке
   б. Подарить три из них трем разным людям
   в. Подарить три из них другу

г. Распределить все поровну между тремя людьми

Ответ:

а. $9! = 362880$

б. $A_9^3 = \frac{9!}{6!} = 504$

в. $C_9^3 = \frac{9!}{3!6!} = 84$

г. $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 1680$

10. В аудитории 30 мест. Сколькими способами здесь может разместиться группа из 12 человек? Рассмотреть варианты:
    а. Существенно то, какие места заняты, т.е. неупорядоченный набор.
    б. Существенно то, кто и где сидит, т.е. упорядоченный набор.

    Ответ:

    а. $C_{30}^{12} = \frac{30!}{12!18!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot \ldots \cdot 19}{2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 12} = 86493225$

    б. $A_{30}^{12} = \frac{30!}{18!}$
11. Сколькими способами можно рассадить 10 человек вокруг круглого стола? Рассмотреть варианты:
    а. Существенно то, кто и где сидит.
    б. Существенно, в каком порядке они сидят.
    в. Когда фиксированная пара оказывается соседями за столом (существенно, в каком порядке они сидят).

    Ответ:

    а. $10!$

    б. $\frac{10!}{10} = 9!$

    в. $2 \cdot 8!$
12. Сколькими способами можно рассадить 10 человек на скамейке? Рассмотреть варианты:
    а. Существенно то, кто и где сидит.
    б. Существенно, в каком порядке они сидят.
    в. Когда фиксированная пара оказывается соседями на скамейке.

    Ответ:

    а. $10!$

    б. $\frac{10!}{10} = 9!$

    в. По правилу суммы (разбиваем на непересекающиеся классы по принципу - первый из фиксированной пары окажется на краю или нет) $(8 \cdot 2 + 2) \cdot 8! = 2 \cdot 9!$
13. В чемпионате мира по футболу участвуют 18 команд. Любые две команды играют между собой 2 раза. Сколько матчей они играют в сезон?

    Ответ: В 1 круге столько же, сколько во втором круге $C_{18}^2 = \frac{18!}{2!16!} = 153$. Итого, 306 матчей.
14. Сколькими способами из 36 карт можно выбрать шесть карт так, чтобы среди них было ровно два туза?

    Ответ: $C_{32}^4 \cdot C_4^2 = 215760$
15. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать 7 костей так, чтобы среди них оказалось ровно 4 дупеля?

    Ответ: $C_{21}^3 \cdot C_7^4 = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = 46550$
16. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать 7 костей так, чтобы среди них оказалось не менее 4 дупелей?

    Ответ: по правилу суммы $C_{21}^3 \cdot C_7^4 + C_{21}^2 \cdot C_7^5 + C_{21}^1 \cdot C_7^6 + C_{21}^0 \cdot C_7^7 = 46550 + 4410 + 147 + 1 = 51108$

Дополнительные задачи:

1. Сколько различных слагаемых получится после раскрытия скобок в произведении вида $(1 + x)(1 + y)^2(1 + z)^3$?

Ответ: $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

2. Решите неравенство $C_{10}^{x-1} > 2C_{10}^{x}$.
   Ответ: ОДЗ $x \in [1, 10], x \in \mathbb{N}$. $\frac{10!}{(x-1)!(10-x+1)!} > 2\frac{10!}{x!(10-x)!}$, следовательно, $\frac{1}{11-x} > \frac{2}{x}$, откуда $x > \frac{22}{3}$. Учитывая ОДЗ, получаем, что $x \in \{8; 9; 10\}$.
3. Считаем, что любой упорядоченный набор из семи цифр может быть телефонным номером. Определить, как их номеров больше: с повторяющимися цифрами или без повторяющихся цифр?
   Ответ: всего семизначных номеров 10^7, без повторяющихся цифр $A_{10}^7 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 604800$. Следовательно, номеров с повторяющимися цифрами больше (всего их $10^7 - 604800$).
4. Пусть в городе все телефонные номера 6-значные, начинаются с цифры 5 и любые две соседние цифры отличаются не более, чем на 1. Какое наибольшее число телефонных номеров может быть в этом городе?
   Ответ: $3^5 - 1$
5. На полке стоит 666 книг по черной и белой магии, причем никакие 2 книги по белой магии не стоят через 13 книг (т.е. между ними не может стоять 13 книг). Какое наибольшее число книг по белой магии может стоять на полке?
   Ответ: Через 13 книг стоят 1-ая, 15-ая, 29-ая… или 2-ая, 16-ая, 30-ая… и т.д. или 14-ая, 28-ая,… Поскольку $666 = 14 \cdot 47 + 8$, то 8 цепочек по 48 книг и 6 по 47 книг. В каждой из цепочек никакие две книги по белой магии не могут быть соседними, следовательно, в каждой цепочке длины 48 их максимум 24, а в цепочке длины 47 их максимум 24. Следовательно, всего $14 \cdot 24 = 336$.

5. Подведение итогов

Резюме: сегодня мы познакомились с наукой о составлении и подсчете числа комбинаций. Мы научились подсчитывать число комбинаций в трех базовых случаях. Теперь мы знаем, как вычислить число перестановок, число размещений и число сочетаний. Основываясь на этих формулах, а также правиле суммы и правиле произведения, мы сможем решать широкий круг комбинаторных задач, а также будем использовать их в дальнейшем при вычислении вероятностей различных событий.

6. Домашнее задание

(В): гл. XII, §1, стр. 295-306, №№ 1-6 стр.301, №№ 7-11 стр. 302, №№ 12-36 стр. 305-306

Возможные темы докладов или рефератов по данной тематике:

- Доказательство формулы бинома Ньютона методом математической индукции
- Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
- Решение задач на число сочетаний с повторениями
- Использование принципов комбинаторики в задачах шифрования (элементы криптографии)
- Использование принципов комбинаторики в задачах передачи информации
- Использование принципов комбинаторики в задачах биологии
- Комбинаторика в древности
- Самые известные комбинаторные задачи (лотерея, кости и др.)

Проверочные работы для учащихся по теме:

Математический диктант
Вариант 1

1. Дать определение понятия «перестановка»
2. Записать формулу числа размещений
3. Вычислить $P(9)$, A_7^2, C_{10}^3

Вариант 2

1. Дать определение понятия «размещение»
2. Записать формулу числа сочетаний
3. Вычислить $P(7)$, A_9^4, C_{12}^5

Вариант 3

1. Дать определение понятия «сочетание»
2. Записать формулу числа перестановок
3. Вычислить $P(8)$, A_8^3, C_{11}^9

Самостоятельная работа № 1
Вариант 1

1. Среди 12 стоящих на полке книг 4 книги составляют собрание сочинений Н.В. Гоголя. Сколькими способами можно расставить эти 12 книг на полке? Сколькими способами можно расставить книги так, чтобы тома сочинений Гоголя стояли рядом, необязательно подряд? Сколькими способами можно расставить книги так, чтобы тома сочинений Гоголя стояли рядом по порядку номеров?
2. Сколько шестизначных чисел, больших 500000 и без повторения цифр, можно составить из цифр 6, 4, 1, 2, 5, 3?
3. На собрании садового кооператива присутствуют 70 человек. Сколько существует способов выбора председателя кооператива, казначея и секретаря?
4. Сколько окружностей можно провести через 15 точек, из которых никакие три не лежат на одной прямой, если каждая окружность проходит через 3 точки?
5. Среди 40 учащихся девятых классов восемь отличников. На школьную олимпиаду по математике девятиклассники представят команду из 12 человек, в которую войдут все отличники. Скольким способами можно выбрать такую команду?
6. Сколько можно составить вариантов букетов, содержащих 3 розы и 4 георгина, если имеется 12 роз и 8 георгинов?
7. (*) Решите уравнение $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$.

Самостоятельная работа № 1
Вариант 2

1. Среди 14 стоящих на полке книг 5 книг составляют собрание сочинений Н.В. Гоголя. Сколькими способами можно расставить эти 14 книг на полке? Сколькими способами можно расставить книги так, чтобы тома сочинений Гоголя стояли рядом, необязательно подряд? Сколькими способами можно расставить книги так, чтобы тома сочинений Гоголя стояли рядом по порядку номеров?
2. Сколько пятизначных чисел, больших 20000 и без повторения цифр, можно составить из цифр 2, 3, 1, 4, 7?
3. Сколько различных шестизначных номеров можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 без повторения цифр?
4. Учащиеся школы изучают 10 различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день, чтобы в день было 5 различных предметов?
5. На собрании хоккейной команды присутствуют 25 игроков, среди которых 3 игрока – мастера спорта. Выбирают стартовую пятерку, в которую обязательно должны войти все мастера спорта. Сколько существует способов выбора стартовой пятерки?
6. Бригада отделочников состоит из трех маляров, четырех штукатуров и двух столяров. Сколькими способами можно составить бригаду отделочников из коллектива, имеющего в составе 16 маляров, 12 штукатуров и 4 столяра?

7. (*) Решите уравнение $C_x^5 = \frac{A_x^3}{4}$.

Анализ усвоения материала и интереса учащихся к теме:

В качестве проверочной работы по теме «Комбинаторика. Решение задач» учащимся были предложены приведенные выше математический диктант и самостоятельная работа, рассчитанная на 1 учебный час. Проверка работ учащихся показала, что материал усвоен достаточно хорошо. У отдельных учащихся затруднения вызвали задачи номер 5 и 6 из самостоятельной работы. Результаты работы были разобраны. Учащиеся выполнили работу над ошибками. Учащимся, не справившимся с частью задач, было предложено решить аналогичные задачи другого варианта. Результаты повторной проверки показали, что все учащиеся данную тему освоили успешно.

Интерес учащихся был в первую очередь вызван практической направленностью решаемых задач. Также они отметили, насколько проще считать число различных комбинаций при помощи комбинаторных формул и правил, нежели использовать наглядную интерпретацию в виде дерева вариантов или простой перебор. Особый интерес вызвали треугольник Паскаля и бином Ньютона. Дополнительно был разобран еще ряд задач (см. выше).

Список литературы:

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. «Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы. Лекции 1-4» - М., Первое сентября, 2006 – 128 с.
2. Бунимович Е.А., Булычев В.А. «Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы. Лекции 5-8» - М., Первое сентября, 2006 – 116 с.
3. Виленкин А.Н., Виленкин П.А. «Комбинаторика» - М.,ФИМА, МЦНМО, 2006 – 400 с.
4. Виленкин Н.Я. и др. «Алгебра. Учебник для учащихся 9 классов с углубленным изучением математики» - М., Просвещение, 2007 – 367 с.
5. Выгодский М.Я. «Справочник по математике» - М., АСТ, 2010 – 1055 с.
6. Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., Колесникова Т.В., Рослова Л.О. «Алгебра. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе» - М., Просвещение, 2009 – 240 с.
7. Мордкович А.Г., Семенов П.В. «События. Вероятности. Статистическая обработка данных. 7-9 классы» - М., Мнемозина, 2006 – 112 с.
8. Савин А.П. «Энциклопедический словарь юного математика» - М., Педагогика, 1985 – 352 с.
9. Сурвилло Г.С., Симонов А.С. «Дидактические материалы по алгебре для 9 класса с углубленным изучением математики» - М., Просвещение, 2006 – 95 с.
10. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. «Теория вероятностей и статистика» - М., МЦНМО, 2008 – 256 с.
11. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Методическое пособие для учителя» - М., МЦНМО, 2008 – 56 с.