

Подготовительный набор задач

Решение неравенств: линейные, дробно-линейные, квадратичные неравенства.

Системы и совокупности неравенств. Применение неравенств к анализу графиков функций. Неравенства с параметром. Уравнения с модулем.

1. Решите неравенства:

а.  $2x - 1 > x + 1$

б.  $2x - 3 \leq 3x + 2$

в.  $2x - 1 > 2x + 3$

2. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\left(\frac{3}{8} - 0,4\right) \cdot x < 0,4 - \frac{3}{8}$

3. Решите неравенство

а.  $\frac{8x+3}{16} - \frac{2x-5}{3} \geq \frac{11-7x}{12}$

б.  $(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1)$

4. Решите двойное неравенство  $-1 < 3 - 2x < 3$

5. Решите систему неравенств

а. 
$$\begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x - 1) \\ 6x - 4(x - 1) > 3 + x \end{cases}$$

б. 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \leq -\frac{2}{15} \end{cases}$$

6. Решите совокупность неравенств

а. 
$$\begin{cases} 2 < x < 5 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

б. 
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{2} - \frac{2-x}{7} > 1 \\ -3x + 1 \leq x + 2 \end{cases}$$

7. Постройте график функции  $f(x) = 3 - 2x$  и определите по графику, при каких значениях аргумента  $f(x) \leq 5$ . Сделайте проверку аналитическим методом.

8. При каких значениях переменной имеет смысл выражение

а.  $\sqrt{-x - 100}$

б.  $\sqrt{3 - x} + \frac{3x}{\sqrt{2x-3}}$

9. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $2ax + 3 < x + 2$  имеет такое же множество решений, что и неравенство  $x > \frac{1}{1-2a}$ ?

10. При каких значениях параметра  $x$  система  $\begin{cases} 2a - 5 > x - 3 \\ 4a - 7 < x + 3 \end{cases}$  не имеет решений?

11. Из множества чисел  $\{-2; -1; 0; 1; 3\}$  выделите подмножество, состоящее из решений неравенства

$$|1 - |x + 1|| > 0$$

Из множества чисел  $\{-3; -2; -1; 0; 1\}$  выделите подмножество, состоящее из решений неравенства

$$|x^2 - 4|x| + 3| < 1$$

12. Среди чисел  $-3; 4; 7; 10$  найдите решения системы неравенств  $\begin{cases} 2 - (3 + 2x) > 3 - (3x - 2) \\ |3 - x| < 6 \end{cases}$

13. При  $a = -2; -1; 1$  решите неравенство

а.  $|x - 2| < a + 1$

б.  $|x - 2| > a + 1$

14. Укажите на координатной плоскости все точки, абсциссы которых удовлетворяют неравенству  $-2 \leq x \leq 3$ , а ординаты – неравенству  $|y + 1| \leq 2$ .

15. Решить неравенства аналитически и проверить свое решение, построив графики соответствующих функций

а.  $|1 - 2x| < 3$

б.  $|1 - 2x| \geq 3$

в.  $|1 - 2x| - \frac{1}{2}x \geq 3\frac{1}{2}$

г.  $|1 - 2x| - \frac{1}{2}x < 3\frac{1}{2}$

16. Решить уравнение  $|x - 2| - |x + 3| + |2x + 3| = 2$

17. Решить неравенство, ответ записать в виде промежутка и изобразить решение на числовой оси:

а.  $5 - \sqrt{2}x > 13 - x$

б.  $\frac{x+2}{3} - \frac{x-5}{2} \geq 1 + \frac{x}{6}$

18. Решите систему неравенств

а.  $\begin{cases} 2x - 4 > 1 - 3x \\ 2x - 4 > 3x + 2 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} 2x - 4 > 1 - 3x \\ 2x + 4 > 3x - 2 \end{cases}$

19. Решите неравенство:

а.  $|3 - 2x| \leq 1$

б.  $|3 - 2x| \leq 0$

в.  $|3 - 2x| \geq 3$

г.  $|29 - 31x| \geq -113$

20. Найдите все значения переменной  $x$ , удовлетворяющие условиям  $\begin{cases} -3 < 2x - 1 < 7 \\ \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \end{cases}$

21. Решить неравенство  $\frac{2x+7}{3x+1} \geq 1$

22. Решить неравенства аналитически и проверить свое решение, построив графики соответствующих функций

а.  $x^2 + 2x - 15 \geq 0$

б.  $4x^2 + 4x + 1 > 0$

в.  $x^2 + 3x + 3 < 0$

23. Найти множество значений переменной  $a$ , при которых имеет смысл выражение

$$\frac{a+7}{\sqrt{2-a}} - \frac{\sqrt{2a+9}}{\sqrt{3a^2-6a+3}}$$

24. Решите неравенство  $(2a - 3)x < x + 3$  при

а.  $a = 3$

б.  $a = 2$

в.  $a = 1$

25. Решите систему неравенств

а.  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 9 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} x > 5 \\ x \geq -7 \end{cases}$

в.  $\begin{cases} x < -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$

26. При каких значениях аргумента график функции  $y = \frac{2x}{3} - 2$  находится выше графика функции  $y = 8 - x$ ?

Ответить на вопрос аналитически методом.

27. При каких значениях параметра  $b$  корень уравнения  $2x + b - 1 = 0$  меньше, чем корень уравнения

$$2x - b - 5 = 3b - x + 4?$$

28. При каких значениях переменной  $x$  график функции  $f(x) = -3x^2 + 2x + 13$  расположен не ниже, чем график функции  $g(x) = (3x + 5)(1 - x)$ ?

29. При всех значениях параметра  $a$  решите неравенство  $x - 2a \leq ax - 1$

30. Для всякого значения параметра  $b$  решите систему неравенств  $\begin{cases} 2(x - b) \leq 9(1 - x) \\ -4x \leq b \end{cases}$

31. Решите уравнение  $|2 - |3 - x|| = |3 - x| - 2$

Решите уравнение  $|2 - |3 - x|| = |x - 3| - 2$

32. Решить уравнение  $\frac{|x-2|+3}{7-|x-2|} = 2$

33. Решить уравнение  $x^2 + 6|x + 2| - 4 = 0$

**Подготовительный набор задач**

**Решение неравенств: линейные, дробно-линейные, квадратичные неравенства.**

**Системы и совокупности неравенств. Применение неравенств к анализу графиков функций. Неравенства с параметром. Уравнения с модулем.**

1. Решите неравенства:

а.  $2x - 1 > x + 1$

б.  $2x - 3 \leq 3x + 2$

в.  $2x - 1 > 2x + 3$

2. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\left(\frac{3}{8} - 0,4\right) \cdot x < 0,4 - \frac{3}{8}$

3. Решите неравенство

а.  $\frac{8x+3}{16} - \frac{2x-5}{3} \geq \frac{11-7x}{12}$

б.  $(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1)$

4. Решите двойное неравенство  $-1 < 3 - 2x < 3$

5. Решите систему неравенств

а.  $\begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x - 1) \\ 6x - 4(x - 1) > 3 + x \end{cases}$

б.  $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \leq -\frac{2}{15} \end{cases}$

6. Решите совокупность неравенств

а.  $\begin{cases} 2 < x < 5 \\ x \leq 2 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} \frac{2x+1}{2} - \frac{2-x}{7} > 1 \\ -3x + 1 \leq x + 2 \end{cases}$

7. Постройте график функции  $f(x) = 3 - 2x$  и определите по графику, при каких значениях аргумента  $f(x) \leq 5$ . Сделайте проверку аналитическим методом.

8. При каких значениях переменной имеет смысл выражение

а.  $\sqrt{-x - 100}$

б.  $\sqrt{3-x} + \frac{3x}{\sqrt{2x-3}}$

9. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $2ax + 3 < x + 2$  имеет такое же множество решений, что и неравенство  $x > \frac{1}{1-2a}$ ?

10. При каких значениях параметра  $x$  система  $\begin{cases} 2a - 5 > x - 3 \\ 4a - 7 < x + 3 \end{cases}$  не имеет решений?

11. Из множества чисел  $\{-2; -1; 0; 1; 3\}$  выделите подмножество, состоящее из решений неравенства  $|1 - |x + 1|| > 0$

Из множества чисел  $\{-3; -2; -1; 0; 1\}$  выделите подмножество, состоящее из решений неравенства  $|x^2 - 4|x| + 3| < 1$

12. Среди чисел  $-3; 4; 7; 10$  найдите решения системы неравенств  $\begin{cases} 2 - (3 + 2x) > 3 - (3x - 2) \\ |3 - x| < 6 \end{cases}$

13. При  $a = -2; -1; 1$  решите неравенство

а.  $|x - 2| < a + 1$

б.  $|x - 2| > a + 1$

14. Укажите на координатной плоскости все точки, абсциссы которых удовлетворяют неравенству  $-2 \leq x \leq 3$ , а ординаты – неравенству  $|y + 1| \leq 2$ .

15. Решить неравенства аналитически и проверить свое решение, построив графики соответствующих функций

а.  $|1 - 2x| < 3$

г.  $|1 - 2x| - \frac{1}{2}x < 3\frac{1}{2}$

б.  $|1 - 2x| \geq 3$

в.  $|1 - 2x| - \frac{1}{2}x \geq 3\frac{1}{2}$

16. Решить уравнение  $|x - 2| - |x + 3| + |2x + 3| = 2$

17. Решить неравенство, ответ записать в виде промежутка и изобразить решение на числовой оси:

а.  $5 - \sqrt{2}x > 13 - x$

б.  $\frac{x+2}{3} - \frac{x-5}{2} \geq 1 + \frac{x}{6}$

18. Решите систему неравенств

а.  $\begin{cases} 2x - 4 > 1 - 3x \\ 2x - 4 > 3x + 2 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} 2x - 4 > 1 - 3x \\ 2x + 4 > 3x - 2 \end{cases}$

19. Решите неравенство:

а.  $|3 - 2x| \leq 1$

б.  $|3 - 2x| \leq 0$

в.  $|3 - 2x| \geq 3$

г.  $|29 - 31x| \geq -113$

20. Найдите все значения переменной  $x$ , удовлетворяющие условиям  $\begin{cases} -3 < 2x - 1 < 7 \\ \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \end{cases}$

21. Решить неравенство  $\frac{2x+7}{3x+1} \geq 1$

22. Решить неравенства аналитически и проверить свое решение, построив графики соответствующих функций

а.  $x^2 + 2x - 15 \geq 0$

б.  $4x^2 + 4x + 1 > 0$

в.  $x^2 + 3x + 3 < 0$

23. Найти множество значений переменной  $a$ , при которых имеет смысл выражение

$$\frac{a+7}{\sqrt{2-a}} - \frac{\sqrt{2a+9}}{\sqrt{3a^2-6a+3}}$$

24. Решите неравенство  $(2a - 3)x < x + 3$  при

а.  $a = 3$

б.  $a = 2$

в.  $a = 1$

25. Решите систему неравенств

а.  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 9 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} x > 5 \\ x \geq -7 \end{cases}$

в.  $\begin{cases} x < -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$

26. При каких значениях аргумента график функции  $y = \frac{2x}{3} - 2$  находится выше графика функции  $y = 8 - x$ ?

Ответить на вопрос аналитически методом.

27. При каких значениях параметра  $b$  корень уравнения  $2x + b - 1 = 0$  меньше, чем корень уравнения  $2x - b - 5 = 3b - x + 4$ ?

28. При каких значениях переменной  $x$  график функции  $f(x) = -3x^2 + 2x + 13$  расположен не ниже, чем график функции  $g(x) = (3x + 5)(1 - x)$ ?

29. При всех значениях параметра  $a$  решите неравенство  $x - 2a \leq ax - 1$

30. Для всякого значения параметра  $b$  решите систему неравенств  $\begin{cases} 2(x - b) \leq 9(1 - x) \\ -4x \leq b \end{cases}$

31. Решите уравнение  $|2 - |3 - x|| = |3 - x| - 2$

Решите уравнение  $|2 - |3 - x|| = |x - 3| - 2$

32. Решить уравнение  $\frac{|x-2|+3}{7-|x-2|} = 2$

33. Решить уравнение  $x^2 + 6|x + 2| - 4 = 0$

## Контрольное домашнее задание №5

### Вариант 1

1. Решите неравенство  $(2 - a)x > x + 1$  при
  - а.  $a = 3$
  - б.  $a = 1$
  - в.  $a = -1$
2. Решите систему неравенств
  - а.  $\begin{cases} x \geq 7 \\ x < 13 \end{cases}$
  - б.  $\begin{cases} x > 3 \\ x \geq -15 \end{cases}$
  - в.  $\begin{cases} x < -11 \\ x \geq 7 \end{cases}$
3. При каких значениях аргумента график функции  $y = \frac{x}{3} - 21$  находится выше графика функции  $y = 4 - 3x$ ? Ответить на вопрос аналитически методом.
4. При каких значениях параметра  $b$  корень уравнения  $2x - b = 7$  больше, чем корень уравнения  $3x + 5b = 11$ ?
5. При каких значениях переменной  $x$  график функции  $f(x) = 2x^2 - 3x - 11$  расположен не ниже, чем график функции  $g(x) = (3 - 2x)(1 - x)$ ?
6. При всех значениях параметра  $a$  решите неравенство  $x - 2a \leq 1 - ax$
7. Для всякого значения параметра  $b$  решите систему неравенств  $\begin{cases} 3(x - b) \geq 2(1 - x) \\ -3x \geq b \end{cases}$
8. Решите уравнение  $||2x - 3| - 1| = 1 - |3 - 2x|$
9. Решить уравнение  $\frac{|x+1|-4}{8-|x+1|} = 1$
10. Решить уравнение  $5x^2 - 8|x + 1| + 11 = 0$

## Контрольное домашнее задание №5

### Вариант 2

- Решите неравенство  $(2a + 1)x > x - 2$  при
  - $a = 1$
  - $a = 0$
  - $a = -1$
- Решите систему неравенств
  - $$\begin{cases} x \geq 4 \\ x < 10 \end{cases}$$
  - $$\begin{cases} x > 7 \\ x \geq -9 \end{cases}$$
  - $$\begin{cases} x < -15 \\ x \geq 3 \end{cases}$$
- При каких значениях аргумента график функции  $y = \frac{4x}{3} + 2$  находится ниже графика функции  $y = 2 - 5x$ ? Ответить на вопрос аналитически методом.
- При каких значениях параметра  $b$  корень уравнения  $4x + b = 3$  больше, чем корень уравнения  $5x - 2b = 7$ ?
- При каких значениях переменной  $x$  график функции  $f(x) = -4x^2 - 3x + 22$  расположен не выше, чем график функции  $g(x) = (3 + 4x)(2 - x)$ ?
- При всех значениях параметра  $a$  решите неравенство  $x + a \geq ax + 2$
- Для всякого значения параметра  $b$  решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 4(x - b) \leq 3(2 - x) \\ -5x \leq b \end{cases}$$
- Решите уравнение  $||2x - 1| - 3| = 3 - |1 - 2x|$
- Решить уравнение  $\frac{|2x-1|+3}{1+|2x-1|} = 2$
- Решить уравнение  $2x^2 - 3|x + 2| + 4 = 0$